УДК 372.851

МИНИ-ИССЛЕДОВАНИЯ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ С КОМПЬЮТЕРНЫМ СОПРОВОЖДЕНИЕМ

Мичасова М.А., к.п.н.,
Нижегородский институт развития образования, г. Нижний Новгород
m3938763@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается компьютерная реализация дидактической модели исследовательского обучения геометрии. Приведен педагогический сценарий урока с элементами исследовательского обучения на уроке геометрии в 8 классе. В рамках урока предлагаются контекстные задачи, которые становятся исследовательскими после реконструкции традиционных задач учебника в задачи с открытым условием, где требование не сформулировано в явном виде. Определен уровень исследовательской деятельности на уроках, сформулированы этапы активной формы деятельности, определены уровни освоения исследовательских действий учеником.

Ключевые слова: исследовательская деятельность, системы динамической геометрии, динамический чертеж, экспериментальная математика, мини-исследования.

MINI-RESEARCH ON GEOMETRY LESSONS WITH THE COMPUTER ACCOMPANIMENT

Michasova M.A., Candidate of Pedagogic Sciences,
Nizhny Novgorod Institute of Education Development, Nizhny Novgorod
m3938763@yandex.ru

Abstract. The computer implementation of the didactic model of research geometry teaching is considered. The pedagogical scenario of a lesson with elements of research training at a geometry lesson in the 8th class is given. As part of the lesson contextual problems are offered/ They become research problems after the reconstruction of the textbook traditional tasks with open conditions, where the requirement is not explicitly formulated. The level of research activity at the lesson is defined, stages of an active form of activity are formulated, the levels of development of pupil research actions are defined.

Keywords: research activities, systems of dynamic geometry, dynamic drawing, experimental mathematics, mini-research.

В обучении геометрии в настоящее время особое значение приобретает активная поисковая деятельность учащихся, творческая составляющая ученического труда. В процессе систематической целенаправленной работы по выявлению взаимосвязей геометрических объектов, их характеристических свойств развивается стремление учащихся к исследовательской деятельности, выдвижению различных гипотез, самостоятельного открытия геометрических фактов и теорем. Дети учатся самостоятельно выделять главное в изучаемом материале, анализировать отобранную информацию, открывать, а затем использовать алгоритмы решения геометрических задач, критически осмысливать полученные результаты и применять их в дальнейшем. Проблемная ситуация тогда не возникает искусственно и предлагается учителем к рассмотрению, а возникает как результат противоречия между прогнозируемым на основе известных данных результатом и наблюдаемым фактом. Такая работа занимает много учебного времени и напрямую не связана с усвоением изучаемого материала, а поэтому в традиционной классической практике обучения геометрии она проводится бессистемно и эпизодически и, следовательно, польза от нее невелика.

Система исследовательского обучения в школе и экспериментальная математика предполагает широкое использование компьютера не столько в деле информатизации труда учителя:

электронный журнал, электронный контроль знаний, электронный конспект, интерактивная доска (это поддержка репродуктивного обучения), а информатизацию труда ученика на уроках (использование различных программ динамической геометрии порождают самостоятельную содержательную инициативную деятельность ученика). Программу динамической геометрии на уроках можно рассматривать как гибкий конструктор, из элементов которого учитель создает различные варианты обучения. Интерактивность программ (GeoGebra, «Живая математика», «Математический конструктор» и др.) позволяет их использовать как виртуальные лаборатории для проведения исследований с привлечением эмпирических методов научного познания: наблюдений, опытов и экспериментов.

В системе исследовательского обучения в школе приоритетными становятся «открытые» задачи. В.А. Ширяева определяет понятия закрытой и открытой задачи. В ее трактовке *закрытая* задача - это классическая учебная задача, в которой есть четко поставленное условие, обязательно оговаривается, что дано и что не известно. Ставится четкий вопрос о том, что требуется найти. Действия и решение производятся в соответствии с алгоритмом, освоенным на уроке, и имеется, чаще всего, единственный ответ. Закрытыми являются большинство школьных задач по геометрии.

Открытая задача может обладать следующими характеристиками: нет четко поставленного условия, нет известного заранее алгоритма решения, нет единственно правильного ответа, некая неопределенность позволяет задать много вопросов, которые еще больше "мешают" решить задачу. Такая задача становится исследовательской. Учителю приходится реконструировать отдельные традиционные задачи из учебника в задачу с открытым условием, чтобы организовать исследовательскую деятельность на уроке.

Мы считаем, что на уроке должны присутствовать разные задачи: как закрытые классические на отработку первичных умений и навыков, так и открытые, которые предлагают ученику задать любой вопрос и попробовать на него ответить: возможно, неверно. Такая ситуация воспитывает спокойное отношение к ошибкам, критическое мышление и защиту от манипуляций хорошо успевающих детей, которые привыкли действовать строго по алгоритму. У отстающих учащихся открытые задачи формируют стремление к самостоятельному познанию, интерес к предмету, а самое главное, задачное восприятие мира, ответственность за принятые решения.

Рассмотрим педагогический сценарий урока геометрии в 8 классе с элементами исследования «Площадь параллелограмма».

Пропедевтика доказательства теоремы.

На предыдущем уроке геометрии в 8 классе ввели понятие и свойства площади многоугольника. Говорили о площади прямоугольника и квадрата. Ввели понятие равновеликих многоугольников. Решая задачи по теме, первично закрепили изученный материал. Домой предлагаются кроме задач из учебника – классических закрытых задач, две задачи открытые, которые предполагается решать в одной из программ динамической геометрии.

Эти контекстные задачи открытого типа предполагают исследование динамической модели с применением GeoGebra.

1. На продолжении стороны AD за точку D параллелограмма ABCD отмечена точка M так, что AD=MD. Что можно сказать о площадях параллелограмма ABCD и треугольника ABM?

Решение данной задачи состоит из нескольких этапов:

1. Построив геометрический чертеж в одной из программ динамической геометрии, ученик измеряет площадь получившихся фигур и убеждается в их равенстве, даже при изменении конфигурации параллелограмма.

Метод «компьютерного доказательства» устанавливает факт динамической устойчивости равенства площадей фигур. Здесь программа динамической геометрии используется для проведения компьютерного эксперимента, устанавливающего факт независимости равенства площадей фигур от параметров, задающих исходный параллелограмм.

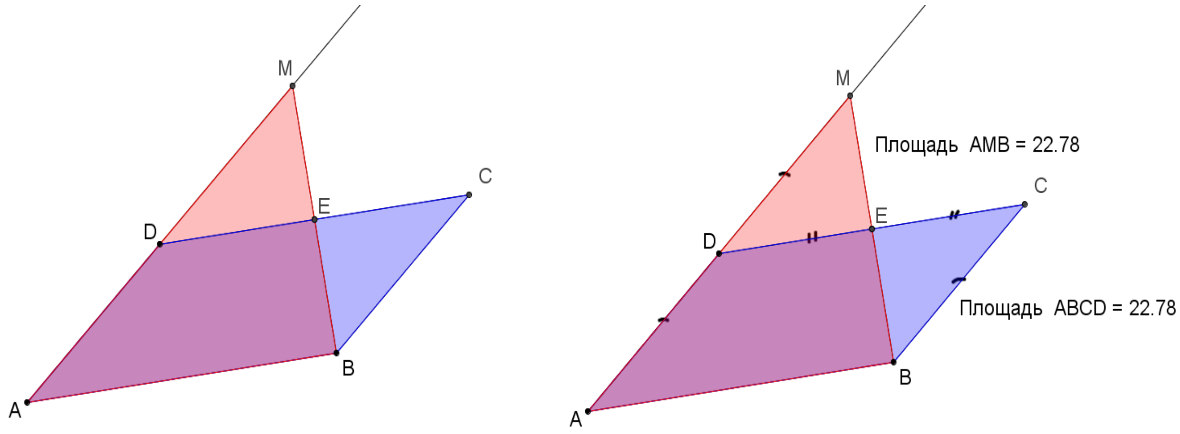

Рис.1 Динамический чертеж к задаче 1

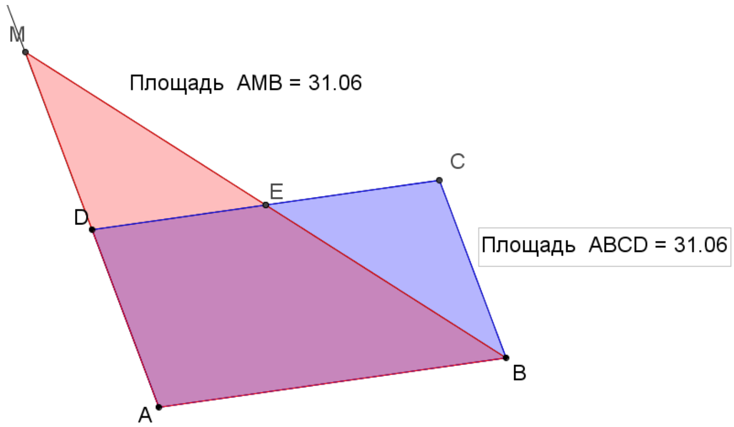

Рис. 2 Проба динамического чертежа к задаче 1

2. Далее проводится аналитическое доказательство равенства площадей фигур, используется равенство треугольников DME и EBC и свойства площадей многоугольников. Для сопровождения доказательства используем компьютерную визуализацию логических действий.

3. Историческая составляющая. Площадь многоугольника можно найти по способу, предложенному Евклидом: построить треугольник, равновеликий данному многоугольнику. Этот способ мы применили в данной задаче. Попробуйте применить этот метод к трапеции.

2. Постройте прямоугольник, равновеликий данному параллелограмму.

При построении прямоугольника учащиеся используют тот же метод разбиения параллелограмма на части, который применялся в предыдущей задаче, и, доказывая равенство треугольников ABE и CDF по гипотенузе и острому углу, выходят на равновеликость параллелограмма ABCD и построенного прямоугольника ADFE.

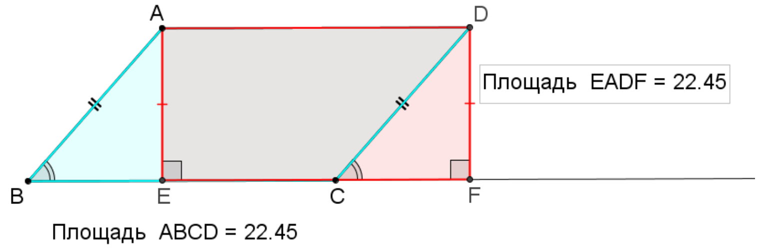

Рис. 3 Динамический чертеж к задаче 2

Таким образом, пропедевтическое домашнее задание выполняло несколько дидактических задач:

- обучать учащихся выполнять геометрические чертежи и читать их,
- сформировало умение подмечать закономерности равновеликих фигур,
- умение выделять различные конфигурации на одном и том же чертеже,
- умение выводить следствия из заданных условий,
- умение проводить доказательные рассуждения и делать выводы.

На следующем уроке, когда дети совместно с учителем «откроют» формулу площади параллелограмма, на этапе мотивации предлагается решить следующие задачи на готовых чертежах: вычислите площадь параллелограмма.

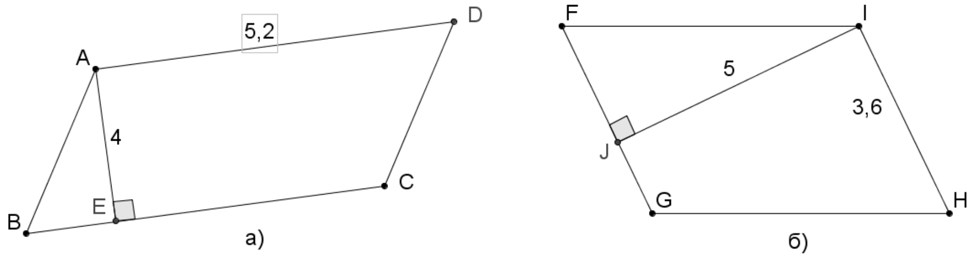

Рис.4 Мотивация к изучению теоремы «Площадь параллелограмма»

Создается проблемная ситуация, когда формула площади параллелограмма нам не известна, но при проверке домашнего задания нам напомнили, что параллелограмм и выделенный в нем прямоугольник равновелики, а значит, площади у них равны, то есть формула площади параллелограмма уже выведена $S = a \cdot h$.

Проведение доказательства этого факта: выделение условия и заключения теоремы, построение аналитического рассуждения, проведение доказательства позволяет создать ситуацию успеха даже для тех учащихся, кто не слишком искушен в математических выкладках, при этом повышается их учебная мотивация, формируется уверенность в собственных силах и в целом изменяется отношение к геометрии.

Далее включение данной теоремы в систему знаний. Ее применение к решению задач. Именно в этом учащиеся испытывают большие трудности. Используем традиционные закрытые задачи по геометрии. Вначале предлагаются алгоритмические задачи, решение которых предполагает непосредственное применение формулы. Например: «Площадь параллелограмма равна 40 см^2 , а высоты равны 5 см и 4 см. Найдите стороны этого параллелограмма».

Затем для закрепления учащимся должны быть предложены задачи «полуалгоритмического» и эвристического характера.

«Полуалгоритмическая» задача: «Угол между высотами параллелограмма, проведенными из вершины тупого угла, равен 60^0. Найдите площадь параллелограмма, если его высоты равны 8 см и 12 см.» Обобщенным правилом поиска решения таких задач является аналитико-синтетический метод.

Эвристическая задача: «Докажите, что высоты параллелограмма обратно пропорциональны сторонам, к которым они проведены». В этой задаче эвристика достигнута за счет того, что ни в условии, ни в заключении не идет речь о площади параллелограмма, но для ее решения целесообразно привлечь формулу площади параллелограмма.

А для обобщения изученной теоремы на дом предлагается открытая задача-проект, для решения в программе динамической геометрии:

1. Какая фигура получится, если соединить середины сторон любого четырехугольника?
2. Можно ли обобщить теорему на случай шестиугольников?
3. Сравните площади полученной фигуры и исходного четырехугольника.
4. Что можно сказать о фигуре, получившейся, если соединить середины двух противоположных сторон произвольного четырехугольника и середины его диагоналей? Всегда ли такая фигура образуется?

5. Определите свойства отрезков, соединяющих середины противоположных сторон четырехугольника и отрезка, соединяющего середины диагоналей.

6. Сформулируйте теорему Вариньона по пунктам задачи.

Можно предложить задачи-исследования:

1. В параллелограмме соединены середина каждой стороны с концом следующей стороны, отчего получился внутренний параллелограмм. Найдите отношение площади получившегося параллелограмма к площади исходного.

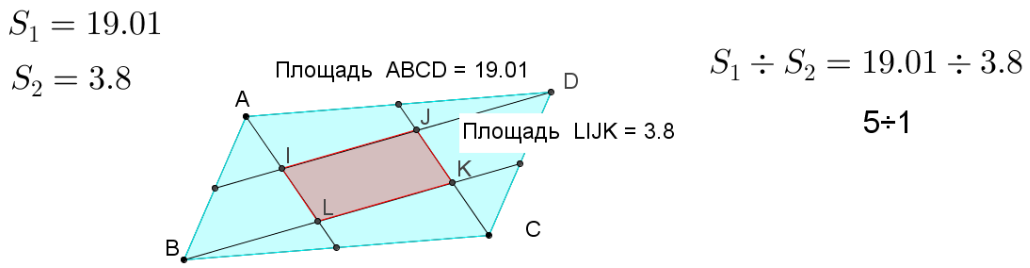

Рис.5 Площадь внутреннего параллелограмма составляет пятую часть площади данного параллелограмма.

Дополнительный вопрос учителя: определить точность динамической модели.

2. В параллелограмме соединены середина каждой стороны с концами противоположной стороны, отчего получился внутренний восьмиугольник. Найдите отношение площади получившегося многоугольника к площади исходного параллелограмма.

Таким образом, открытые формулировки задач заставляют ученика анализировать данные, выдвигать гипотезы, проверять их, т.е. осуществлять исследовательскую деятельность, хотя исходная закрытая задача была направлена на построение аналитических рассуждений доказательства явно верного математического утверждения.

На базе кафедры теории и методики обучения математике ГБОУ ДПО НИРО создана и проходит первичную апробацию «мягкая» модель обучения геометрии, где исследовательская деятельность на уроке геометрии организуется не только по плану учителя, его алгоритму или инструкции, но и применяются активные формы деятельности: самостоятельное создание учениками динамического чертежа, вариативность его, исследование устойчивости, изменение характеристик с помощью параметра, изменение состава характеристик. Учащиеся осваивают исследовательские действия: выбор теоретической основы динамического чертежа, выделение характеристических элементов построения, оценка устойчивости модели, получение некой математической закономерности на основе проб, оценка обоснованности данной закономерности.

По результатам апробации прогнозируется исследование динамики развития исследовательской компетентности учащихся.

Литература

1. Гордин Р.К. Теоремы и задачи школьной геометрии. Базовый и профильный уровень. / Р.К. Гордин; чертежи М.Ю. Панова и др. – М.: МЦНМО, 2015. – 96 с.

2. Мерзляк А.Г. Геометрия 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2013. – 208 с.

3. Ширяева В.А. Активизация мышления в образовательном процессе // Школьные технологии. – 2003. – № 6. – С.194-199.